

MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL CRECIMIENTO DEL DIÁMETRO MEDIO DE *PINUS CUBENSIS* GRISEB EN LA EMPRESA FORESTAL INTEGRAL BARACOA (PARTE I)

ING. JOSÉ ANTONIO BRAVO-IGLESIAS,¹ DRA. VERENA TORRES-CÁRDENAS,²
LIC. LOURDES RODRÍGUEZ-SHADE,² ING. WILMER TOIRAC-ARGÜELLES,³ ING. JUAN
MIGUEL MONTALVO-GUERRERO,¹ ESP. VÍCTOR M. FUENTES-UTRÍA,³ E ING. PEDRO
RODRÍGUEZ-CUEVAS⁴

¹ Instituto de Investigaciones Forestales. Calle 174 no. 1723
e/ 17B y 17C, reparto Siboney, Playa, Ciudad de La Habana,
bravo@forestales.co.cu

² Instituto de Ciencia Animal. Km 47½, San José de Las Lajas,
La Habana

³ Estación Experimental Forestal Baracoa. Carretera Central,
Paso de Cuba, Baracoa, Guantánamo, Cuba

⁴ Empresa Forestal Integral Baracoa. Bohorque 126, carretera
a Guantánamo, Baracoa, Guantánamo, Cuba

RESUMEN

La modelación matemática constituye una herramienta muy útil para la planificación y gestión de los ecosistemas forestales. Con el objetivo de predecir el comportamiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb de la Empresa Forestal Integral Baracoa, se evaluaron ocho modelos de regresión no lineal, donde el modelo que mejor bondad de ajuste presentó fue el de Hossfeld I (modificado), que logró explicar una alta variabilidad con un coeficiente de determinación del 87,6%, parámetros de alta significación ($p < 0,001$), y que mejor refiere el comportamiento biológico de la especie. Se presentan las curvas que describen la evolución en el tiempo del incremento medio anual (IMA), y el incremento corriente anual (ICA) de esa variable.

Palabras clave: *Pinus cubensis*, modelos matemáticos, crecimiento, diámetro

ABSTRACT

Mathematical modelling constitutes a very useful tool for the planning and administration of the forest ecosystems. With the objective of predicting the behavior of the mean diameter in plantations of *Pinus cubensis* Griseb of the Integral Forest Enterprise Baracoa, eight models non-linear regression were evaluated. The model of the best goodness of fit for the mean diameter was that of Hossfeld I (modified), being able to explain high variability, with a coefficient of determination of 87,6%, parameters of high significance ($p < 0.001$) and describing the best the biological performance of the species. The curves that describe the evolution in time of the annual mean increment (IMA), and the annual periodical increment (ICA) of this variable are provided.

Key words: *Pinus cubensis*, mathematical models, growth, diameter

Fecha de recepción: 16/12/2009
Fecha de aceptación: 15/04/2010

INTRODUCCIÓN

Los modelos de crecimiento y de rendimiento constituyen una herramienta de gran valor para la planificación de las actividades de manejo forestal. Ha sido un papel preponderante de los investigadores el desarrollo de métodos de predicción de crecimiento. Se puede medir el crecimiento pasado con exactitud, pero su predicción es siempre algo incierta, más aún cuando las limitantes de tiempo y costo en el manejo forestal requieren métodos de proyecciones rápidos y sencillos basados en el mínimo de mediciones y variables [Prodan *et al.*, 1997].

Los bosques o plantaciones usualmente son manejados para obtener un rendimiento sostenido de productos, lo que requiere un nivel de producción constante para una intensidad de manejo particular, lo cual implica que el crecimiento del bosque o plantación debe ser estimado y balanceado con la cosecha [Ramírez y Zepeda, 1994]. Cualquier planeación de la producción forestal debe involucrar la predicción del rendimiento futuro. Las empresas forestales deben saber cuáles son los rendimientos futuros esperados en sus áreas forestales con el fin de planear la producción de la planta y examinar las posibilidades de expansión [Meyer *et al.*, 1961].

El objetivo de este trabajo fue modelar el crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb en la Empresa Forestal Integral Baracoa.

MATERIALES Y MÉTODOS

Las áreas experimentales se encuentran ubicadas en las unidades

silvícolas Baracoa, Cayogüin y Combate de Sabanilla, pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Baracoa. La temperatura media anual reportada es de 26,8°C, el mes más frío es febrero (24,7°C) y los más calientes son julio y agosto (28,6°C); la precipitación media anual fue de 1174,3 mm, y la humedad relativa promedio del 80%. Los suelos predominantes fueron ferrítico púrpura, ferralítico rojo, ferralítico amarillento, fersialítico rojo parduzco, fersialítico pardo rojizo, pardo sin carbonato y esquelético, según Rodríguez *et al.* (2008).

Se probaron ocho modelos reportados por Kiviste *et al.* (2002):

$$\text{Hossfeld I} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt + ct^2)}$$

$$\text{Strand} \quad y = \left[\frac{t}{a + bt} \right]^3$$

$$\text{Yoschida I} \quad y = \frac{t^c}{a + bt^c} - d$$

$$\text{Terazaki} \quad y = e^{a - b/t}$$

$$\text{Hossfeld I (modificado)} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt)^2}$$

$$\text{Gompertz} \quad y = ae^{-be^{-at}}$$

$$\text{Logístico} \quad y = \frac{a}{(1 + be^{-ct})}$$

$$\text{Hossfeld II} \quad y = \frac{t(a + bt^2)}{(c + t^3)^2}$$

donde:

a, b, c, d: Parámetros a estimar

t: Tiempo o edad de los rodales

Para la selección de los modelos de mejor ajuste se usaron los criterios de Guerra *et al.* (2000), Kiviste *et al.* (2002) y Torres y Ortiz (en prensa):

- *Coeficiente de determinación (R^2):* declara qué porcentaje de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.
- *Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}):* es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación por el tamaño de muestra n como el número de parámetros del modelo.
- *Sesgo:* promedio de la desviación del modelo con respecto a los valores observados.
- *Error medio cuadrático (CME):* analiza la precisión de las estimaciones.
- *Error medio en valor absoluto (EMA):* da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.
- *Análisis de los residuos:* diferencia entre el valor observado y el predicho por el modelo.

Para el ajuste de los modelos se utilizaron datos de 320 parcelas y para el proceso de la validación de 212 parcelas. Se empleó un nivel de significación del 5% para el análisis de varianza de las regresiones, y utilizaron los programas estadísticos Statgraphics Plus versión 5.1 e Infostat 2008. Se obtuvieron las curvas del incremento corriente anual e incremento medio anual del modelo de mejor ajuste.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores estadísticos que se muestran en la *Tabla 1* son similares para todos los modelos respecto al coeficiente de determinación (R^2) y coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}), por lo que pudiera pensarse que todos los modelos son adecuados para explicar el ajuste de la variabilidad del diámetro medio; sin embargo, el modelo Hossfeld I presenta una menor desviación del modelo con respecto a los valores observados, mayor precisión de las estimaciones y un menor error medio en valor absoluto, con dos parámetros significativos ($p < 0,001$), seguido por el modelo de Hossfeld I (modificado) con los dos parámetros significativos ($p < 0,001$).

La *Fig. 1* muestra el comportamiento del diámetro medio ajustado por el modelo Hossfeld I (modificado), percibiéndose de manera general el agrupamiento de los valores observados a las diferentes edades. Estos resultados difieren de los obtenidos por Calvillo *et al.* (2003) y Rodríguez *et al.* (2009), donde el modelo Gompertz fue el más apropiado para describir el crecimiento en diámetro medio de *Pinus herrerae* Mart. y *Pinus maestrensis* Bisse.

Las predicciones biológicas de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) (*Tabla 2* y *Fig. 2*) permiten explicar que el modelo Hossfeld I (modificado) es el que describe el mejor comportamiento de la especie, con un punto de inflexión a los 6,9 años, aproximándose a la edad en que, según Samek (1967), deben comenzar los aclareos, pues en este momento las copas de los árboles comienzan a unirse y a disminuir el crecimiento.

TABLA 1
Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para *Pinus cubensis* Griseb

<i>Modelo</i>	R^2	R^2_{aj}	<i>Sesgo</i>	<i>CME</i>	<i>EMA</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Hossfeld I	88,2	88,2	-0,0148	20,41	2,68	0,4950 ± 0,4016 (NS)	0,5350 ± 0,0446 ***	0,0077 ± 0,0010 ****	—
Strand	87,0	86,9	0,2496	22,57	2,83	1,7170 ± 0,0418 ***	0,2390 ± 0,0016 ***	—	—
Yoschida I	86,2	86,0	-0,0014	24,06	2,90	0,0054 ± 0, 0412 (NS)	0,000055 ± 0,0016 (NS)	0,0790 ± 2, 9922 (NS)	208,756 ± 4369,4 (NS)
Terazaki	85,1	85,0	0,3719	25,86	3,14	4,11476 ± 0,0243 ***	14,2525 ± 0,5232 ***	—	—
Hossfeld I modificado	87,6	87,5	0,1737	21,49	2,69	1,52042 ± 0,0510 ***	0,110386 ± 0,0021 ***	—	—
Gompertz	87,1	87,0	-0,0740	22,37	3,00	58,6551 ± 2,5503 ***	2,5698 ± 0,0892 ***	0,06121 0,0054 ***	—
Logístico	85,9	85,8	-0,1462	24,53	3,26	52,879 ± 1,7617 ***	7,2252 ± 0,4908 ***	0,1014 ± 0,0054 ***	—
Hossfeld II	87,4	87,3	0,2650	21,87	2,90	3,96 x 10 ⁹ ± 542x 10 ⁷ ***	-369990 ± 41219,1 ***	2,78 x 10 ⁹ ± 3,05x 10 ⁸ ***	—

*** $p < 0,001$

** $p < 0,01$

* $p < 0,05$

NS - $p > 0,05$

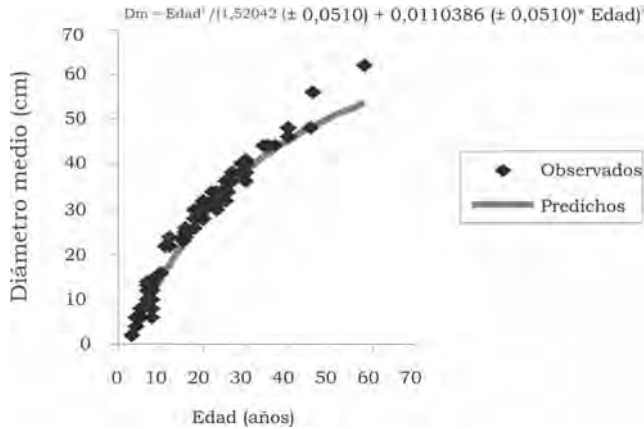


Figura 1. Modelo Hossfeld I (modificado) ajustado al diámetro medio.

La evolución en el tiempo del incremento medio anual (IMA) y del incremento corriente anual (ICA) muestra que a los 13,6 años estos se igualan, con una tasa

de crecimiento de 1,48 cm/año, momento en el que la especie muestra todo su potencial, y se hace necesario las intervenciones silviculturales.

TABLA 2
Predicciones biológicas de los modelos

Modelo	Punto de inflexión (edad)	Tiempo (edad) ICA = IMA
Hossfeld I	4,0	8,0
Hossfeld I (modificado)	6,9	13,6

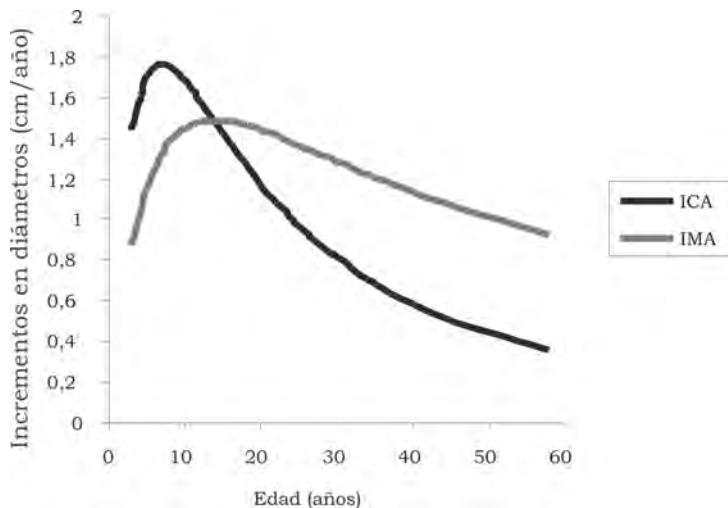


Figura 2. Incrementos en diámetro ajustados por el modelo Hossfeld I (modificado).

En la Fig. 3 se observa que los residuos distribuyen aleatoriamente, demostrando-

se el comportamiento homogéneo y consistente de las estimaciones realizadas.

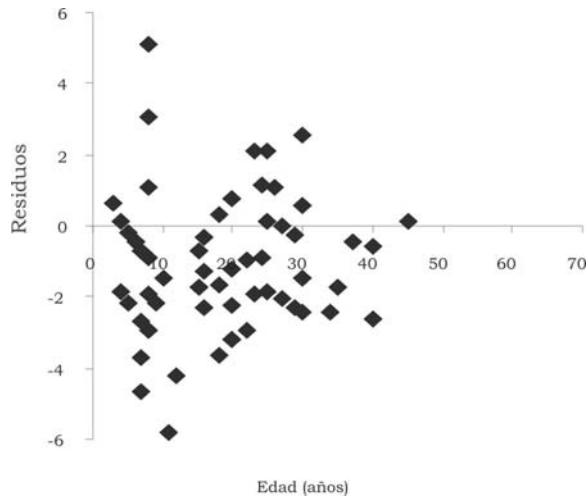


Figura 3. Distribución de los residuales del modelo.

La Tabla 3 muestra los estadísticos de validación del modelo Hossfeld I (modificado), los que pre-

sentan valores similares de los obtenidos en el ajuste, demostrándose su validez.

TABLA 3
Estadístico de validación del modelo de mejor ajuste

Modelo	R^2	R^2_{aj}	Sesgo	CME	EMA
Hossfed I (modificado)	87,6	87,5	0,176375	21,68	2,70

CONCLUSIONES

- El modelo Hoosfeld I (modificado) presentó estadísticos adecuados para la modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb, y resultó el que mejor describe el comportamiento biológico de la especie.

BIBLIOGRAFÍA

- CALVILLO, J. C.; E. H. CORNEJO; S. VALENCIA; C. FLORES: «Crecimiento en altura y diámetro de árboles de *Pinus herrerae*», Hidalgo, Michoacán, 2003, <http://www.uaaan.mx/> (Consultado el 4 de febrero del 2009).
- GUERRA, C. W.; A. CABRERA; L. FERNÁNDEZ: «Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica», *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, no. 1, 2003, p. 3.

- InfoStat, versión 2008, Universidad Nacional de Córdoba,: Argentina.
- KIVISTE, A.; J. G. ÁLVAREZ; A. ROJO; A. D. GONZÁLEZ: *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*, Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid, 2002.
- MEYER, H. A.; A. B. RECKNAGEL; D. D. STEVENSON; R. A. BARTOO: *Forest Management*, Ronald Press, Nueva York, 1961.
- PRODAN, M. R.; PETERS F. COX; P. REAL: *Mensura forestal*, proyecto IICA BMZ/GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible, San José, Costa Rica, 1997.
- RAMÍREZ, M. H.; M. B. ZEPEDA: «Rendimientos maderables de especies forestales; actualidades en México», IV Reunión Nacional de Plantaciones Forestales, SF y de FS/INIFAP, México, 1994.
- RODRÍGUEZ, P. E.; N. NOA; G. A. LEYVA; B. RODRÍGUEZ: *Proyecto de organización y desarrollo de la economía forestal 2008-2017*, Grupo Empresarial de la Agricultura de Montaña, Empresa Forestal Integral Baracoa, Ministerio de la Agricultura, Cuba, 2008.
- RODRÍGUEZ, L.; V. TORRES; O. MOGENA: CD IV Encuentro Internacional por el Desarrollo Forestal Sostenible (Defors), Silvicultura sostenible 15, publicación electrónica.
- SAMEK, V.: *Elementos de silvicultura de los pinares*, Academia de Ciencias de Cuba, 1967.
- Software estadístico Statgraphics *Plus* versión 5.1 sobre Windows, 1995.
- TORRES, V.; J. ORTIZ: «Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja», *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, número especial (en prensa).