

DETERMINACIÓN DE ESTADÍGRAFOS DE POSICIÓN Y DISPERSIÓN POR LA METODOLOGÍA BOOTSTRAP EN PARCELAS PERMANENTES DE MUESTREO

ING. JOSÉ ANTONIO BRAVO IGLESIAS,¹ DRA. VERENA TORRES CÁRDENAS,²
LIC. LOURDES RODRÍGUEZ SHADE² E ING. WILMER TOIRAC ARGÜELLES³

¹ Instituto de Investigaciones Forestales. Departamento de
Silvicultura y Medio Ambiente. Calle 174 no. 1723
e/ 17 B y 17 C, reparto Siboney, Playa, La Habana

² Instituto de Ciencia Animal. Departamento de Biomatemática.
Carretera Central Km 47 ½, San José de las Lajas, La Habana

³ Estación Experimental Forestal Baracoa. Paso de Cuba,
Baracoa, Guantánamo, Cuba

RESUMEN

Se propone la metodología del Bootstrap para estudiar la precisión de las estimaciones de la media a través del error estándar en parcelas permanentes de muestreo en investigaciones forestales. Se utilizó la variable volumen por hectárea, y se concluyó que se mejora la precisión de las estimaciones con la aplicación de esa metodología, se evitan los errores por aproximación derivados de la suposición de normalidad en la estimación de los estadígrafos y se obtuvo la función de distribución empírica para la variable estudiada.

Palabras claves: *metodología Bootstrap, estadígrafos, función de distribución empírica.*

ABSTRACT

The bootstrap method is proposed to study the precision of mean estimates through the standard error in Permanent Parcels of Sampling in forest investigations. The variable volume was used by hectare, being concluded that one can improve the precision of the estimates with the application of this method and the errors are avoided by derivative approach of the supposition of normality in the estimate of the statisticians and the Empiric Distribution function was obtained for the studied variable.

Key word: *Bootstrap method, statisticians, empiric distribution function.*

INTRODUCCIÓN

La metodología Bootstrap consiste en una variedad de técnicas para la inferencia estadística denominadas genéricamente *métodos de*

remuestreo. Son básicamente técnicas de simulación que reutiliza los datos observados para constituir un universo del cual extraer repetidas

muestras. Constituye la línea más desarrollada, tanto desde el punto de vista teórico como aplicado al proporcionar una buena aproximación de la distribución de los estimadores, lo cual permitirá describir algunas de sus propiedades muestrales, así como el cálculo de intervalos de confianza y la realización de contrastes de hipótesis [Pla, 2005, comunicación personal].

Frente al enfoque tradicional han sido desarrollados, o más bien puestos de actualidad, una serie de métodos basados en cálculos intensivos por medio de ordenadores destinados a obtener medidas de la precisión de las estimaciones (errores típicos, sesgo, intervalos confidenciales). De entre tales métodos se ocupa el denominado Bootstrap, introducido por Efron (1979). El nombre Bootstrap ha sido traducido por autodocimasia o docimasia por Enrique Cansado [citado por Diaconis y Efron, 1983].

El Bootstrap puede considerarse como un tipo especial de simulación denominada *simulación basada en los datos*, esto es, simulamos a partir de una estimación de la población basada en los datos [Efron y Tibshirani, 1993].

El objetivo de este trabajo es la determinación de estadígrafos de posición y dispersión de parcelas permanente de muestreo por la metodología Bootstrap.

MATERIALES Y MÉTODOS

En la unidad silvícola Baracoa, perteneciente a la empresa forestal

Baracoa, provincia de Guantánamo, se seleccionó del lote no. 72 el rodal no. 9, de 30 ha de superficie, plantación de *Pinus cubensis* Bisse, de once años de edad para el levantamiento de las parcelas permanentes de muestreo. Mediante un muestreo aleatorio simple, eligiéndose parcelas rectangulares con superficie de 0,05 ha, se procedió a un muestreo piloto, y se levantaron cinco parcelas, en las que fueron tomados el diámetro y la altura de todos los árboles, según lo planteado por Montalvo (2000). Se procedió a calcular el volumen de cada árbol de las parcelas utilizando la fórmula de volumen de la Norma 595, con la suma de los volúmenes individuales de cada árbol y se obtuvo el de cada parcela y se infirió el volumen por hectárea.

Se calcularon los estadígrafos de posición y dispersión por la metodología clásica y la aplicación de la Bootstrap, siguiendo el procedimiento descrito por Efron (1979), Hinkley (1988) y Efron y Tibhirani (1993) (*Anexo 1*).

Determinación de la precisión de las estimaciones

Utilizando la distribución de probabilidad $\hat{F}(x)$ empírica, construida a partir de $p=7$ con las observaciones originales para la variable volumen por hectárea, se procedió a calcular la media y el error estándar por la metodología clásica basada en suposiciones de normalidad.

Para calcular la precisión de las estimaciones se utilizó la distribución empírica $\hat{F}(x)$ de cada muestra original, de la cual se generó para la va-

riable 200 muestras Bootstrap. En esta muestra se calculó el estadístico de interés ($\bar{z}$) y error estándar (EE). Los datos fueron procesados con el paquete estadístico InfoStat (2008).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las *Tabls. 1* y *2* se observan los estadígrafos para el volumen por hectárea calculados por la metodología clásica y la Bootstrap (*Anexo 2*).

TABLA 1
Estadígrafos del volumen por hectárea por la metodología clásica

<i>Media</i>	<i>Varianza</i>	<i>Desviación estándar</i>	<i>Coefficiente de variación</i>	<i>Error estándar</i>
67,72	54,06	7,35	10,94	3,29

TABLA 2
Estadígrafos Bootstrap (B = 200)
para el volumen por hectárea

<i>Estadígrafo</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
Media	52,27	74,45
Varianza	2,72	92,51

En las *Tabls. 1* y *2* se muestran los valores de los estadígrafos determinados por la metodología clásica y la Bootstrap. Se observa que los valores de la media y la varianza (*Tab. 1*) se encuentran dentro del rango de los valores calculados por la metodología Bootstrap (*Tab. 2*), donde existe un alto grado de variabilidad, lo que está dado a que se genera un número elevado de muestras aleatorias [Efron y Tibshirani, 1993]; sin embargo, constituye una técnica muy poderosa para obtener inferencias sobre el parámetro mediante el estadístico, que no requiere supuestos distribucionales.

Precisión de las estimaciones

Para determinar la precisión de las estimaciones a partir de la función

de distribución empírica (FDE) de los valores originales se generó para la variable 200 muestras Bootstrap, y se calculó la media y el error estándar (*Fig. 1*).

Al comparar estos resultados con la metodología clásica vemos que las medias presentan valores muy similares –67,72 y 67,45–, pero al analizar el error estándar de la estimación se percibe una calidad de la estimación –0,20 de error estándar por la metodología Bootstrap con respecto a 3,29 por la clásica–, corroborándose lo planteado por Lunneborg (1987) de la utilidad del método Bootstrap al valorar el error muestral de un estadístico calculado a partir de una muestra.

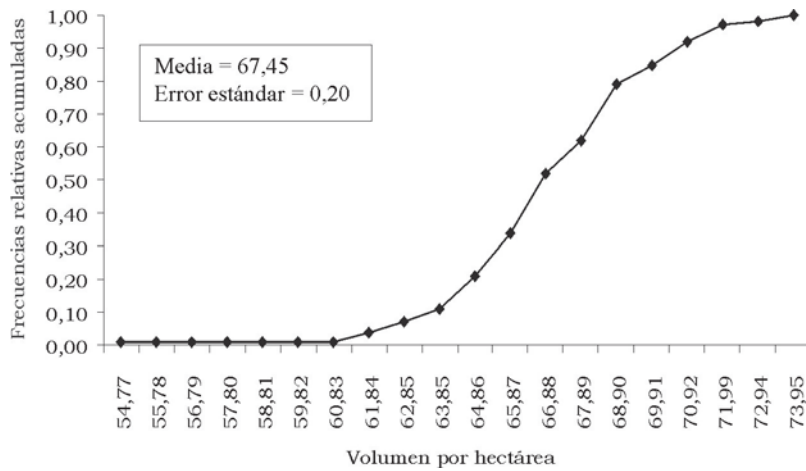


Fig. 1. Función de distribución empírica.

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 54,77 \\ 0,01 & \text{si } 54,77 \leq x < 61,84 \\ 0,04 & \text{si } 61,84 \leq x < 62,85 \\ 0,07 & \text{si } 62,85 \leq x < 63,85 \\ 0,11 & \text{si } 63,85 \leq x < 64,86 \\ 0,21 & \text{si } 64,86 \leq x < 65,87 \\ 0,34 & \text{si } 65,87 \leq x < 66,88 \\ 0,52 & \text{si } 66,88 \leq x < 67,89 \\ 0,62 & \text{si } 67,89 \leq x < 68,90 \\ 0,79 & \text{si } 68,90 \leq x < 69,91 \\ 0,85 & \text{si } 69,91 \leq x < 70,92 \\ 0,92 & \text{si } 70,92 \leq x < 71,99 \\ 0,97 & \text{si } 71,99 \leq x < 72,94 \\ 0,98 & \text{si } 72,94 \leq x < 73,95 \\ 1,00 & \text{si } x \geq 73,95 \end{cases}$$

Dado un valor de la variable, la función de distribución empírica nos da la proporción

de elementos muestrales con valores de la variable menores o iguales que el dado.

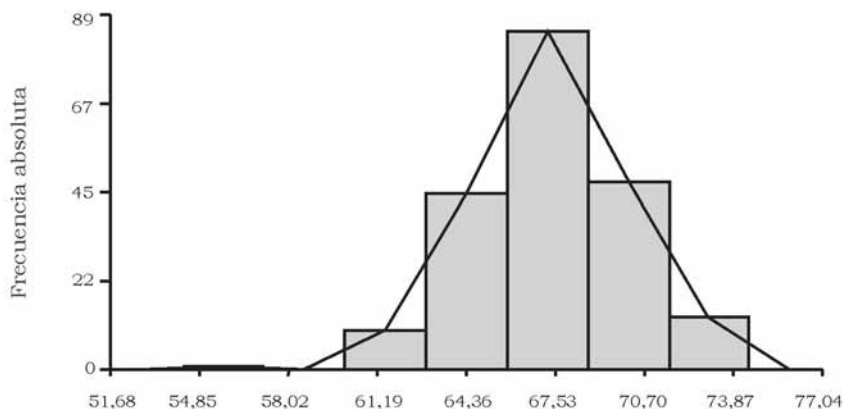


Fig. 2. Distribución de las medias de las muestras Bootstrap para el volumen por hectárea.

En la Fig. 2 se observa que las medias tienden a seguir a una distribución normal. La presunción del Bootstrap es que la distribución muestral del estadístico que se está estudiando y la distribución muestral encontrada mediante este proceso iterativo son para una amplia gama de estadísticos, esencialmente idénticas [Lunneborg, 1983].

CONCLUSIONES

- Mediante la aplicación de la metodología Bootstrap se obtuvo la función de distribución empírica con un valor para la media de $67,45 \text{ m}^3/\text{ha}$ y un error estándar de 0,20, y se mejoró la precisión de las estimaciones.
- Con la aplicación de la metodología Bootstrap se evitan los errores por aproximación derivados de la suposición de normalidad en la estimación de los estadígrafos.

- Por razón de la función de distribución empírica se obtiene la proporción de los elementos muestrales para un valor de la variable.
- Se recomienda profundizar con los estudios de la aplicación de la metodología Bootstrap en investigaciones forestales.

BIBLIOGRAFÍA

- DIACONIS, P.; B. EFRON: «Computer Intensive Methods in Statistics», *Scientific American* 248(5):116-13, 1983.
- EFRON, B.: «Bootstrap Methods. Another Look at the Jackknife», *Annals of Statistics* 7:1-26, 1976.
- EFRON, B.; R. J. TIBSHIRANI: «Bootstrap Methods for Standard errors, Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy», *Statistical Science* 1(1):54-77, 1993.
- HINCKLEY, D.W.: «Methods», *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 50:321-337, 1988.
- INFOSTAT: InfoStat versión 2008, Grupo InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2008.

LUNNEBORG, C.E.: «Efron's Bootstrap with Some Applications in Psychology. Paper Presented at the Annual Meeting of Aera», Anaheim, CA, agosto, 1983.

-----: «Bootstrap Applications for the Behavioral Sciences», *Educational and*

Psychological Measurement 47:627-629, 1987.

MONTALVO J. M.: «Parcelas de muestreo permanente», Instituto de Investigaciones Forestales, 2000.

NORMA 595: «Tratamientos silviculturales», Ministerio de la Agricultura, 1982.

ANEXO 1

El procedimiento del método Bootstrap

Efron (1979), Hinkley (1988) y Efron y Tibhirani (1993) describen los pasos básicos de la estimación Bootstrap.

1. Se construye una distribución de probabilidad empírica a partir de la muestra disponible, asignando probabilidad de $1/n$ a cada punto, $X_1, X_2, \dots, X_n$. Esta función de distribución empírica (FDE) de X constituye el estimador no paramétrico de máxima verosimilitud de la función de distribución $F(x)$.
2. Partiendo de $\hat{F}(x)$ se extrae una muestra aleatoria simple con remplazo de tamaño n .
3. A partir de la muestra obtenida en el paso 2, se calcula el estadístico de interés, $\hat{\theta}$ dando .
4. Se repite B veces los pasos 2 y 3. La magnitud de B depende en la práctica de las pruebas a los datos. En general, B varía entre 50 a 200 para estimar el error estándar de $\hat{\theta}$, $\hat{y}$ es mayor que 1000 para estimar intervalos de confianza alrededor de $\hat{\theta}$ o si el parámetro es un percentil extremo de la distribución.
5. Se construye una distribución de probabilidad $\hat{\theta}_b$ a partir de los B , asignando una probabilidad de $1/B$ a cada punto $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_B$. Esta distribución es la estimación Bootstrap de la distribución muestral de $\hat{\theta}$, y puede usarse para hacer inferencias sobre θ . El estimador Bootstrap del parámetro θ se define como la media de los valores del estadístico calculado en B de muestras Bootstrap, y su expresión es:

$$X_{BOOT}^- = x_B^- = \hat{\theta}_B = \frac{3}{B} \sum_{i=3}^B \hat{\theta}_i$$

Su varianza:

$$S_{BOOT}^4 = S_B^4 = Var(\hat{\theta}) = \frac{3}{B-3} \sum (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_B)^4$$

Desviación estándar:

$$S_{BOOT} = S_B = \sqrt{\left[\frac{3}{B-3} \sum (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_B)^4 \right]}$$

Coeficiente de variación:

$$EX_{BOOT} = EX_p = \frac{U_D}{Z_D^-} \times 322 "$$

ANEXO 2

Muestras Bootstrap B = 200 para el volumen por hectárea

<i>Muestra</i>	<i>N</i>	<i>Media</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	<i>Varianza</i>	<i>D. estándar</i>	<i>E. estándar</i>	<i>C. variación</i>
1	5	63,75	59,10	76,66	54,12	7,36	3,29	11,54
2	5	65,05	59,10	76,66	47,47	6,89	3,08	10,59
3	5	71,47	65,63	76,66	30,94	5,56	2,49	7,78
4	5	72,89	65,63	76,66	20,29	4,50	2,01	6,18
5	5	69,30	61,94	76,66	47,36	6,88	3,08	9,93
6	5	69,42	59,10	76,66	69,61	8,34	3,73	12,02
7	5	63,71	59,10	72,76	32,81	5,73	2,56	8,99
8	5	61,71	59,10	65,63	12,79	3,58	1,60	5,80
9	5	65,58	61,94	72,76	19,51	4,42	1,98	6,74
10	5	71,47	65,63	76,66	30,94	5,56	2,49	7,78
11	5	67,05	61,94	76,66	50,82	7,13	3,19	10,63
12	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
13	5	65,79	59,10	76,66	44,45	6,67	2,98	10,13
14	5	67,01	61,94	72,76	29,86	5,46	2,44	8,16
15	5	66,65	59,10	76,66	63,14	7,95	3,55	11,92
16	5	68,08	59,10	76,66	69,68	8,35	3,73	12,26
17	5	65,01	59,10	72,76	26,30	5,13	2,29	7,89
18	5	62,28	59,10	65,63	10,70	3,27	1,46	5,25
19	5	73,67	65,63	76,66	23,07	4,80	2,15	6,52
20	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
21	5	65,58	61,94	72,76	19,51	4,42	1,98	6,74
22	5	64,49	59,10	76,66	53,50	7,31	3,27	11,34
23	5	70,73	61,94	76,66	44,43	6,67	2,98	9,42
24	5	66,44	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
25	5	67,84	65,63	76,66	24,33	4,93	2,21	7,27
26	5	65,58	61,94	72,76	19,51	4,42	1,98	6,74
27	5	66,36	61,94	76,66	36,56	6,05	2,70	9,11
28	5	63,75	59,10	76,66	54,12	7,36	3,29	11,54
29	5	72,25	65,63	76,66	36,50	6,04	2,70	8,36
30	5	70,20	59,10	76,66	79,16	8,90	3,98	12,67
31	5	62,40	59,10	72,76	35,05	5,92	2,65	9,49
32	5	65,79	59,10	76,66	44,45	6,67	2,98	10,13
33	5	69,30	61,94	76,66	47,36	6,88	3,08	9,93
34	5	66,32	61,94	72,76	15,52	3,94	1,76	5,94
35	5	63,71	59,10	72,76	32,81	5,73	2,56	8,99
36	5	66,36	61,94	76,66	36,56	6,05	2,70	9,11
37	5	67,30	59,10	72,76	55,98	7,48	3,35	11,12

38	5	63,71	59,10	72,76	32,81	5,73	2,56	8,99
39	5	66,44	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
40	5	70,77	61,94	76,66	65,00	8,06	3,61	11,39
41	5	68,86	59,10	76,66	81,85	9,05	4,05	13,14
42	5	65,62	61,94	76,66	40,63	6,37	2,85	9,71
43	5	73,67	65,63	76,66	23,07	4,80	2,15	6,52
44	5	67,86	59,10	72,76	45,95	6,78	3,03	9,99
45	5	66,32	61,94	72,76	15,52	3,94	1,76	5,94
46	5	69,17	61,94	72,76	25,87	5,09	2,27	7,35
47	5	64,49	59,10	76,66	53,50	7,31	3,27	11,34
48	5	67,86	59,10	72,76	45,95	6,78	3,03	9,99
49	5	66,12	59,10	76,66	92,51	9,62	4,30	14,55
50	5	65,70	59,10	72,76	42,88	6,55	2,93	9,97
51	5	61,54	59,10	65,63	7,24	2,69	1,20	4,37
52	5	70,16	59,10	76,66	58,53	7,65	3,42	10,90
53	5	68,52	61,94	76,66	36,06	6,00	2,69	8,76
54	5	68,00	59,10	76,66	67,89	8,24	3,68	12,12
55	5	69,21	61,94	76,66	46,60	6,83	3,05	9,86
56	5	63,14	59,10	72,76	36,93	6,08	2,72	9,62
57	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
58	5	64,44	59,10	72,76	32,27	5,68	2,54	8,82
59	5	68,52	61,94	76,66	36,06	6,00	2,69	8,76
60	5	70,16	59,10	76,66	58,53	7,65	3,42	10,90
61	5	65,91	59,10	76,66	67,75	8,23	3,68	12,49
62	5	65,75	59,10	72,76	23,35	4,83	2,16	7,35
63	5	69,99	61,94	76,66	56,56	7,52	3,36	10,75
64	5	68,52	61,94	76,66	36,06	6,00	2,69	8,76
65	5	67,05	61,94	76,66	50,82	7,13	3,19	10,63
66	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
67	5	65,87	59,10	72,76	46,67	6,83	3,06	10,37
68	5	66,65	59,10	76,66	63,14	7,95	3,55	11,92
69	5	66,48	59,10	76,66	59,69	7,73	3,46	11,62
70	5	69,38	59,10	76,66	48,90	6,99	3,13	10,08
71	5	66,53	59,10	76,66	40,06	6,33	2,83	9,51
72	5	71,47	65,63	76,66	30,94	5,56	2,49	7,78
73	5	66,65	59,10	76,66	63,12	7,95	3,55	11,92
74	5	67,79	61,94	76,66	44,12	6,64	2,97	9,80
75	5	68,74	59,10	76,66	59,43	7,71	3,45	11,22
76	5	65,58	61,94	72,76	19,51	4,42	1,98	6,74
77	5	70,60	61,94	72,76	23,41	4,84	2,16	6,85
78	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94

79	5	65,05	59,10	76,66	47,47	6,89	3,08	10,59
80	5	72,11	65,63	76,66	15,99	4,00	1,79	5,55
81	5	66,65	59,10	76,66	63,14	7,95	3,55	11,92
82	5	67,79	61,94	76,66	44,12	6,64	2,97	9,80
83	5	67,79	61,94	76,66	44,12	6,64	2,97	9,80
84	5	69,91	65,53	72,76	15,25	3,91	1,75	5,59
85	5	66,12	59,10	76,66	92,51	9,62	4,30	14,55
86	5	64,49	59,10	76,66	53,50	7,31	3,27	11,34
87	5	64,84	61,94	72,76	22,15	4,71	2,10	7,26
88	5	65,75	59,10	72,76	23,35	4,83	2,16	7,35
89	5	70,16	59,10	76,66	58,53	7,65	3,42	10,90
90	5	68,48	65,63	72,76	15,25	3,91	1,75	5,70
91	5	69,42	59,10	76,66	69,61	8,34	3,73	12,02
92	5	68,74	59,10	76,66	59,43	7,71	3,45	11,22
93	5	68,00	59,10	76,66	67,89	8,24	3,68	12,12
94	5	68,84	61,94	72,76	22,15	4,71	2,10	7,26
95	5	63,59	59,10	65,63	8,84	2,97	1,33	4,68
96	5	68,08	59,10	76,66	69,68	8,35	3,73	12,26
97	5	69,38	59,10	76,66	48,90	6,99	3,13	10,08
98	5	54,27	59,10	72,76	27,88	5,28	2,36	8,21
99	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
100	5	74,32	72,76	76,66	4,56	2,14	0,96	2,87
101	5	70,94	59,10	76,66	66,63	8,16	3,65	11,51
102	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
103	5	63,14	59,10	72,76	36,93	6,08	2,72	9,62
104	5	70,73	61,94	76,66	44,43	6,67	2,98	9,42
105	5	70,94	59,10	76,66	66,63	8,16	3,65	11,51
106	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
107	5	68,48	65,63	72,76	15,25	3,91	1,75	5,70
108	5	70,69	65,63	76,66	23,85	4,88	2,18	6,91
109	5	65,87	59,10	72,76	46,67	6,83	3,06	10,37
110	5	69,38	59,10	76,66	48,90	6,99	3,13	10,08
111	5	65,05	59,10	76,66	47,47	6,89	3,08	10,59
112	5	62,28	59,10	65,63	10,70	3,27	1,46	5,25
113	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
114	5	68,74	59,10	76,66	59,43	7,71	3,45	11,22
115	5	64,44	59,10	72,76	32,27	5,68	2,54	8,82
116	5	64,89	61,94	65,63	2,72	1,65	0,74	2,54
117	5	67,26	59,10	76,66	74,98	8,66	3,87	12,87
118	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
119	5	65,91	59,10	76,66	67,75	8,23	3,68	12,49

120	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
121	5	69,42	59,10	76,66	69,61	8,34	3,73	12,02
122	5	66,64	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
123	5	73,54	72,76	76,66	3,04	1,74	0,78	2,37
124	5	67,86	59,10	72,76	45,95	6,78	3,03	9,99
125	5	68,60	59,10	72,76	37,75	6,14	2,75	8,96
126	5	69,21	61,94	76,66	46,60	6,83	3,05	9,86
127	5	64,44	59,10	72,76	32,27	5,68	2,54	8,82
128	5	67,05	61,94	76,66	50,82	7,13	3,19	10,63
129	5	66,48	59,10	76,66	59,69	7,73	3,46	11,62
130	5	68,52	61,94	76,66	36,06	6,00	2,69	8,76
131	5	64,44	59,10	72,76	32,27	5,68	2,54	8,82
132	5	68,86	59,10	76,66	81,85	9,05	4,05	13,14
133	5	67,84	65,63	76,66	24,33	4,93	2,21	7,27
134	5	66,44	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
135	5	62,68	61,94	65,63	2,72	1,65	0,74	2,63
136	5	65,87	59,10	72,76	46,67	6,83	3,06	10,37
137	5	66,69	59,10	76,66	84,15	9,17	4,10	13,75
138	5	65,70	59,10	72,76	42,88	6,55	2,93	9,97
139	5	69,26	65,63	76,66	26,64	5,16	2,31	7,45
140	5	65,05	59,10	76,66	47,47	6,89	3,08	10,59
141	5	71,38	61,94	76,66	30,68	5,54	2,48	7,76
142	5	67,05	61,94	76,66	50,82	7,13	3,19	10,63
143	5	64,32	59,10	76,66	49,13	7,01	3,13	10,90
144	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
145	5	67,18	59,10	72,76	33,09	5,75	2,57	8,56
146	5	69,42	59,10	76,66	69,61	8,34	3,73	12,02
147	5	67,43	59,10	76,66	78,10	8,84	3,95	13,11
148	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
149	5	65,22	59,10	76,66	51,53	7,18	3,21	11,01
150	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
151	5	66,27	61,94	72,76	35,12	5,93	2,65	8,94
152	5	66,27	61,94	72,76	35,12	5,93	2,65	8,94
153	5	61,83	59,10	72,76	37,32	6,11	2,73	9,88
154	5	71,38	61,94	76,66	30,68	5,54	2,48	7,76
155	5	68,00	59,10	76,66	67,89	8,24	3,68	12,12
156	5	71,51	61,94	76,66	51,43	7,17	3,21	10,03
157	5	64,27	59,10	72,76	27,88	5,28	2,36	8,21
158	5	65,79	59,10	76,66	44,45	6,67	2,98	10,13
159	5	66,44	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
160	5	67,26	59,10	76,66	74,98	8,66	3,87	12,87

161	5	67,18	59,10	72,76	33,09	5,75	2,57	8,56
162	5	70,94	59,10	76,66	66,63	8,16	3,65	11,51
163	5	68,86	59,10	76,66	81,85	9,05	4,05	13,14
164	5	62,61	59,10	76,66	61,67	7,85	3,51	12,54
165	5	65,58	61,94	72,76	19,51	4,42	1,98	6,74
166	5	72,11	65,63	76,66	15,99	4,00	1,79	5,55
167	5	65,01	59,10	72,76	26,30	5,13	2,29	7,89
168	5	72,37	59,10	76,66	57,86	7,61	3,40	10,51
169	5	70,73	61,94	76,66	44,43	6,67	2,98	9,42
170	5	70,73	61,94	76,66	44,43	6,67	2,98	9,42
171	5	67,96	59,10	76,66	47,02	6,86	3,07	10,09
172	5	69,17	61,94	72,76	25,87	5,09	2,27	7,35
173	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
174	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
175	5	68,00	59,10	76,66	67,89	8,24	3,68	12,12
176	5	66,65	59,10	76,66	63,14	7,95	3,55	11,92
177	5	70,73	61,94	76,66	44,42	6,67	2,98	9,42
178	5	70,20	59,10	76,66	79,16	8,90	3,98	12,67
179	5	65,34	59,10	76,66	75,00	8,66	3,87	13,25
180	5	71,59	59,10	76,66	52,54	7,25	3,24	10,12
181	5	68,64	59,10	76,66	58,54	7,65	3,42	11,15
182	5	67,79	61,94	76,66	41,12	6,64	2,97	9,80
183	5	65,70	59,10	72,76	42,88	6,55	2,93	9,97
184	5	72,94	61,94	76,66	40,64	6,37	2,85	8,74
185	5	67,30	59,10	72,76	55,98	7,48	3,35	11,12
186	5	70,16	59,10	76,66	58,53	7,65	3,42	10,90
187	5	64,84	61,94	72,76	22,15	4,71	2,10	7,26
188	5	72,11	65,63	76,66	15,99	4,00	1,79	5,55
189	5	62,11	59,10	65,63	5,38	2,32	1,04	3,74
190	5	63,59	59,10	65,63	8,84	2,97	1,33	4,68
191	5	66,44	59,10	72,76	38,67	6,22	2,78	9,36
192	5	67,01	61,94	72,76	29,86	5,46	2,44	8,16
193	5	68,08	59,10	76,66	69,68	8,35	3,73	12,26
194	5	74,45	65,63	76,66	24,33	4,93	2,21	6,63
195	5	67,22	59,10	76,66	54,04	7,35	3,29	10,94
196	5	62,85	59,10	65,63	7,79	2,79	1,25	4,44
197	5	70,73	61,94	76,66	44,43	6,67	2,98	9,42
198	5	67,74	61,94	72,76	23,24	4,82	2,16	7,12
199	5	67,74	61,94	72,76	23,24	4,82	2,16	7,12
200	5	65,01	59,10	72,76	23,60	5,13	2,29	7,89